

КОМБИНАТОРНЫЙ ИНВАРИАНТ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ДИФФЕОМОРФИЗМОВ МОРСА-СМЕЙЛА С ОРИЕНТИРУЕМОЙ ГЕТЕРОКЛИНИКОЙ

МОРОЗОВ А. И.

Стажер-исследователь МЛ ДСП, НИУ ВШЭ (Россия, Нижний Новгород)

E-mail: aimorozov@hse.ru, andreifrostnn@gmail.com

Международная конференция “КРОМШ”

Работа выполнена под руководством О.В.Починки. В настоящей работе рассматривается класс сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на ориентируемой поверхности. В работах А.А. Бездежных и В.З. Гринеса показано, что такие диффеоморфизмы имеют конечное число гетероклинических орбит. Кроме того, задача классификации рассматриваемых диффеоморфизмов сведена к проблеме различения ориентируемых графов с подстановками, описывающими геометрию гетероклинического пересечения. Однако, такие графы в общем случае не допускают полиномиальных различающих алгоритмов. В настоящей статье предлагается новый подход к классификации данных каскадов. Для этого каждому рассматриваемому диффеоморфизму ставится в соответствие граф, допускающий построение эффективного алгоритма различения. Выделен класс допустимых графов, каждый класс изоморфности которых реализован диффеоморфизмом поверхности с ориентируемой гетероклиникой. Полученные результаты непосредственно связаны с проблемой реализации гомотопических классов гомеоморфизмов на замкнутых ориентируемых поверхностях. В частности они дают подход к построению представителя в каждом гомотопическом классе гомеоморфизмов алгебраически конечного типа по классификации Нильсена, что является открытой проблемой на сегодняшний день.

Ключевые слова: диффеоморфизм Морса-Смейла, Ориентируемые гетероклинические пересечения, комбинаторный граф.

COMBINATORY INVARIANT FOR MORS-SMEIL DIFFEOMORPHISMS ON SURFACES WITH ORIENTABLE HETEROCLINIC

ANDREI MOROZOV

Research Assistant of IL DSA, NRU HSE (Russia, Nizhny Novgorod)

In this paper, we consider a class of orientation-preserving Morse-Smale diffeomorphisms defined on an orientable surface. In the works of A.A. Bezdezhnykh and V.Z. Grines already shown that such diffeomorphisms have a finite number of heteroclinic orbits. In addition, the problem of classifying the considered diffeomorphisms is reduced to the problem of distinguishing orientable graphs with permutations describing the geometry of a heteroclinic intersection. However, such graphs generally do not admit polynomial discriminating algorithms. This article proposes a new approach to the classification of these cascades. For this, each considered diffeomorphism is associated with a graph that allows the construction of an effective discrimination algorithm. A class of admissible graphs is distinguished, each class of isomorphism of which is realized by a diffeomorphism of a surface with an orientable heteroclinic. The results obtained are directly related to the problem of realizing homotopy classes of homeomorphisms on closed orientable surfaces. In particular, they give an approach to the construction of a representative in each homotopy class of homeomorphisms of algebraically finite type according to the Nielsen classification, which is an open problem today.

Keywords: Morse-Smale diffeomorphism, orientable heteroclinic intersection, combinatorial graph.

Напомним, что диффеоморфизм $f : M^n \rightarrow M^n$, заданный на гладком, замкнутом, связном n -многообразии ($n \geq 1$) M^n называется *диффеоморфизмом Морса-Смейла*, если

- 1) неблуждающее множество Ω_f состоит из конечного числа гиперболических орбит;
- 2) многообразия W_p^s, W_q^u пересекаются трансверсально для любых неблуждающих точек p, q .

Обозначим через $MS(M^n)$ множество таких диффеоморфизмов.

Для сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов Морса-Смейла f , заданных на ориентируемой поверхности M^2 корректно определено понятие ориентируемой гетероклиники, как совпадение ориентаций, заданных в гетероклинических точках касательными векторами к седловым сепаратрисам. Обозначим через $G \subset MS(M^2)$ класс сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов с ориентируемым гетероклиническим пересечением (см. рисунок 1). Заметим, что диффеоморфизмы класса G допускают любые ориентируемые поверхности.

В работах [1] и [2] показано, что любой диффеоморфизм $f \in G$ имеет конечное число гетероклинических орбит. Этот факт позволяет описать полный топологический инвариант рассматриваемых диффеоморфизмов в виде конечного графа T_f , ребра и вершины которого соответствуют геометрическому расположению на объемлющей поверхности седловых сепаратрис (см. рисунок

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А.Н. Безденежных. Диссертация Топологическая классификация диффеоморфизмов Морса-Смейла с ориентируемым гетероклиническим множеством на двумерных многообразиях, Горьковский ордена трудового красного знамени государственный университет им. Н.И. Лобачевского. Горький, 1985 г. [2] A.I. Morozov and O.V. Pochinka. Morse-Smale surfaced diffeomorphisms with orientable heteroclinic. arXiv:1909.13149. (28.09.2019).